Prof. Amador Martin-Pizarro — Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Übungen: Michael Lösch — Wintersemester 2021/2022

Formale Logik
Blatt 11
Abgabe: 31.01.2022, 14 Uhr
Gruppennummer angeben!
Letztes Blatt!

Aufgabe 1 (6 Punkte)**.**

(a) Begründe dass das Argument $(A_2; (A_1 \to A_2))$ logisch gültig ist, d.h. $\{A_2\} \models (A_1 \to A_2)$.

(b) Wir betrachten nun die Repräsentationen

$$A_1 = \text{ Ich trinke Kaffee} \qquad A_2 = \text{ Morgens geht die Sonne auf}$$

Weil die Sonne jeden Morgen aufgeht, gilt in unserer Welt die Prämisse A_2. Gelten also auch nach unserem Menschenverstand die folgenden Aussagen? Oder warum nicht?

Wenn ich Kaffee trinke, geht morgens die Sonne auf.
Weil ich Kaffee trinke, geht morgens die Sonne auf.

Aufgabe 2 (8 Punkte)**.**

Dachgeschoss	Christopher
3.OG	Melissa
2.OG	Maya
1.OG	Pınar
Erdgeschoss	Tobias

In der Sprache $\mathcal{L}$, welche aus dem zweistelligen Relationszeichen R, dem einstelligen Relationszeichen P sowie drei Konstantenzeichen c, d und e besteht, betrachten wir wieder eine Struktur $\mathcal{M}$ mit Universum die Bewohner des links abgebildeteten Hauses mit den Interpretationen

$$\begin{aligned} R^{\mathcal{M}}(u,v) &\iff u \text{ mag } v \\ P^{\mathcal{M}}(u) &\iff u \text{ besitzt ein Haustier} \\ c^{\mathcal{M}} &= \text{Melissa} \\ d^{\mathcal{M}} &= \text{Tobias} \\ e^{\mathcal{M}} &= \text{Christopher} \end{aligned}$$

(a) Repräsentiere die folgenden Aussagen als $\mathcal{L}$-Formel:

- Mellisa mag Tobias nicht.
- Es gibt genau zwei Bewohner ohne Haustier.
- Melissa mag alle Bewohner, welche ein Haustier besitzen.
- Tobias mag niemanden, den Melissa mag.

Bitte wenden!!

Abgabe zwischen 14:00-14:20 Uhr in der Fachbereichsbibliothek Philosophie im KG I. Alternativ können Sie Ihre Abgabe zu einem früheren Zeitpunkt in den Briefkasten Ihrer Übungsgruppe im Keller des Mathematischen Instituts legen.

(b) Angenommen alle vier Aussagen aus (a) gelten in $\mathcal{M}$. Begründe, welche der folgenden Aussagen dann notwendigerweise auch in $\mathcal{M}$ gelten.

- $\exists x\big(R(c,x) \to P(x)\big)$
- $\forall x\big(R(c,x) \to P(x)\big)$
- $\big(R(d,e) \to \neg P(e)\big)$
- $\forall x P(x)$

Aufgabe 3 (6 Punkte)**.**

Sei $\mathcal{L}$ eine Sprache der Prädikatenlogik. Begründe, welche der folgenden Implikationen für alle $\mathcal{L}$-Strukturen $\mathcal{M}$ sowie alle $\mathcal{L}$-Aussagen φ und ψ gelten.

- $\mathcal{M} \not\models \varphi \Rightarrow \mathcal{M} \models \neg\varphi$
- $\{\psi\} \not\models \varphi \Rightarrow \{\psi\} \models \neg\varphi$
- $\{\psi\} \nvdash \varphi \Rightarrow \{\psi\} \vdash \neg\varphi$
- $\{\psi\} \models \varphi \Rightarrow \{\psi\} \not\models \neg\varphi$